

Matematika 5-8. évfolyam

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulóknak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettesség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

5–6. évfolyam

Az 5–6. évfolyam tanulásmódszertani szempontból átmenetet képez az alsó tagozat játékos, tevékenykedtető, felfedeztető módszerei és a matematika elméleti ismereteinek befogadását jelentő tanulási módszerek között. Továbbra is fontos szerepet játszik a szemléltetés, az eszközök használata. Elvárható a szerzett tapasztalatok értelmezése, rendszerezése, néhány területen az általánosítás lehetőségének felfedezése és megfogalmazása. A kezdeti, saját szavakkal történő megfogalmazásokat fokozatosan felváltja a matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések használata. Gyakorlati helyzetekben megjelenik a szakmai vita és az érvelés igénye.

Az 5–6. évfolyamon tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: *Halmazok; Matematikai logika, kombinatorika; Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek; Alapműveletek természetes számokkal; Egész számok, alapműveletek egész számokkal; Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok; Alapműveletek közönséges törtekkel; Alapműveletek tizedes törtekkel; Arányosság, százalékszámítás; Egyszerű szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Sorozatok; Mérés és mértékegységek; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.* A témák egy része nemcsak az aktuális terület megalapozását jelenti a megadott óraszámokban, hanem megjelenik más fejezetekben is, az eszközrendszer folyamatos gyarapodását biztosítva. Bővül a szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása során alkalmazható modellek köre is.

A szemléltetést és a megértést a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

Az 5–6. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám: 272 óra. A fennmaradó órák - 16 óra- felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre, ezeket a tanmenetben tervezzük.

A 7–8. évfolyamon nagyobb hangsúlyt kap az elvonatkoztatás és az absztrakció képességének fejlesztése, miközben továbbra is megmarad a szemléltetés és az eszközök használata. Elvárható a tapasztalatok általános megfogalmazása, a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezése, a megsejtett összefüggések indoklásának igénye és a tanult matematikai fogalmakat megnevező szakkifejezések helyes használata. Fejlődik a vitatkozás és az érvelés kultúrája az osztálytársakkal és a szaktanárral.

A 7–8. évfolyamon továbbra is tematikus elrendezésben követik egymást az egyes fejezetek: **Halmazok, számhalmazok; Matematikai logika, kombinatorika, gráfok; Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök; Arányosság, százalékszámítás; Szöveges feladatok előkészítése; Szöveges feladatok; A függvény fogalmának előkészítése; Síkbeli alakzatok; Transzformációk, szerkesztések; Térgeometria; Leíró statisztika; Valószínűség-számítás.** Az egyes területek ismeretanyaga jelen van más témakörökben is, folyamatosan gazdagítva a szakmai eszköztárat. A szöveggel megfogalmazott hétköznapi és matematikai problémák megoldása tervek, vázlatok alapján, általánosabb eljárási módokat, gyakran algoritmusokat alkalmazva történik.

Az ismeretek bővülésével lehetővé válik a más tantárgyakhoz való kapcsolódás, a kitekintés lehetősége, a témák rendszerezése, több területen való megjelenése. A nevelési-oktatási szakasz során egyre komplexebbé válik a szemléletmód.

A szemléltetést, a megértést, az órai vagy házi feladatok megoldását és a gondolatmenet bemutatását a tanulók által használható digitális eszközök, szoftverek és online felületek is támogatják.

A Kerettanterv szerint 7–8. évfolyamon a matematika tantárgy alapóraszám: 204 óra. A Kerettanterv a matematika tantárgy tanítására 7. évfolyamon heti 3 órát biztosít. A fennmaradó 6 órát ismétlésre, gyakorlásra, tehetség gondozásra, képességfejlesztésre, felzárkóztatásra és számonkérésre tervezzük a tanmenetben.

Témakörök táblázata

Témakör neve	Óraszámok	
	5. évfolyam	6. évfolyam
Halmazok	5	5
Matematikai logika, kombinatorika	5	5
Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	12	8
Alapműveletek természetes számokkal	10	6
Egész számok; alapműveletek egész számokkal	12	6
Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	9	9
Alapműveletek közönséges törtekkel	9	9
Alapműveletek tizedes törtekkel	7	7
Arányosság, százalékszámítás	6	14
Egyszerű szöveges feladatok	7	13
A függvény fogalmának előkészítése	5	5
Sorozatok	4	4
Mérés és mértékegységek	8	8
Síkbeli alakzatok	9	9
Transzformációk, szerkesztések	10	10
Térgeometria	8	8
Leíró statisztika	5	5
Valószínűség-számítás	5	5
Szabad órakeret	8	8
Összesen:	144	144

A felső tagozaton az eddig megszerzett tudást és kompetenciákat kell elmélyíteni és kiterjeszteni. A mindennapi élet problémamegoldásához szükséges képességek és ismeretek elsajátítása mellett legalább ugyanilyen fontos, hogy a matematikatanulás szolgálja egy jól működő gondolkodásmód, egy tanulási stratégia, ítélőképesség, megértés és sok általánosabb pozitív emberi tulajdonság formálását is.

Fontos feladat a tanulás tanítása, az elsajátítás képességének (emlékezet, figyelem, koncentráció, lényegkiemelés stb.) fejlesztése. Meg kell ismertetni a matematika bevált tanulási módszereit.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Ehhez szükséges másokkal problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni, és a modellekbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejleszteni kell a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

Ebben a két évfolyamban sajátítják el egyszerű szöveges feladatok megoldásának néhány stratégiáját: a hétköznapi és gyakorlati problémák megértését és megjelenítését matematikai alakban, az eredmény becslését és ellenőrzését. Tájékozódhatnak síkban és térben, ismerik az egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat. Tudják a tanult mértékegységeket átváltani. Készség szinten számolnak egész számokkal, és gyakorlottak a racionális számokkal való műveletek végzésében.

5. évfolyam

I. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Előzetes tudás: Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai: Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése. Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése. A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.

Témakör: Halmazok

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények: Elemek elrendezése, rendszerezése adott szempont(ok) szerint. Részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol. Véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben. Számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

Fejlesztési feladatok és ismeretek: A kombinatorikus gondolkodás, a célirányos figyelem kialakítása, fejlesztése. Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint Halmazábra készítése. Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével. Számhalmazok szemléltetése számegyenesen.

Fogalmak: halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

Javasolt tevékenységek:

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
- Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése

- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Játék logikai készlettel

Témakör: Matematikai logika, kombinatorika

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények:

- Igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- Tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- A logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- Összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
- Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
- Az összes eset előállításánál rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

Fogalmak: „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

Javasolt tevékenységek:

- „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis

- Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére
- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
- Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

2. Számтан, algebra

Előzetes tudás: Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Római számok írása, olvasása. Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság). Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése. Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Átváltások szomszédos mértékegységek között. Mérőeszközök használata. Matematikai jelek: +, –, •, :, =, <, >, (). A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás száz-as számkörben. A szorzó- és bennfoglaló tábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados fogalma. Műveletek tulajdonságai, tagok, illetve tényezők felcserélhetősége. Műveleti sorrend. Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás egy- és kétjegyű, osztás egyjegyű számmal írásban. Műveletek ellenőrzése. Szöveges feladat: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék fogalma. Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai: Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása. Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelte és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével. Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Pénzügyi ismeretek alapozása. Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.

Témakör: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

Javasolt óraszám: 12

Tanulási eredmények:

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Számok helyi értékű írásmódjának megértése különböző alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül
- Számok helyi értékű írásmódjának használata nagy számok esetében
- Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M

Fogalmak: helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, többszörös

Javasolt tevékenységek:

- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
- Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
- Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték

Témakör: Alapműveletek természetes számokkal

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények:

- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás algoritmus kétjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak: összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek:

- Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével
„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

Témakör: Egész számok; alpműveletek egész számokkal

Javasolt óraszám: 12

Tanulási eredmények:

- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet
- Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alpműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során
- Alpműveletek elvégzése az egész számok körében
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak: ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek:

- Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen
- Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket
- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (-10) -tól $(+10)$ -ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása

Témakör: Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok

Javasolt óraszám: 9

Tanulási eredmények:

- Tötrészek ábrázolása, tötrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- ábrázol tötrészeket, meghatároz tötrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;

Fogalmak: közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

Javasolt tevékenységek:

- Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése

Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel
Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányérra egy sugár mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)

- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése
A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása
Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az akaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival
- A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számejegyzéseken

Témakör: Alapműveletek közös törtekkel

Javasolt óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények:

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Alapműveletek elvégzése a közös törtek körében
- A műveleti sorrendre és a zárójelre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
- Kapott eredmény ellenőrzése

Fogalmak: közös nevező

Javasolt tevékenységek:

- Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére
- „21-es” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
- A műveleti sorrend és a zárójelre vonatkozó szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

Témakör: Alapműveletek tizedes törtekkel

Javasolt óraszám: 7 óra

Tanulási eredmények:

- elvégzi az alpműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelzésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- szabánymértékegységek és átváltásuk: hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg.
- matematikatörténeti érdekességek: a hatvanas számrendszer kapcsolata idő mérésével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Számolási készség fejlesztése.
- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- A műveletfogalom mélyítése. A számolási készség fejlesztése gyakorlati feladatokon keresztül.
- Fegyelmezettség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése.
- Algoritmikus gondolkodás fejlesztése.
- Egyszerű feladatok esetén a műveleti sorrend helyes alkalmazási módjának felismerése, alkalmazása. Az egyértelműség és a következetesség fontossága.
- Az ellenőrzési és becslési igény fejlesztése.
- A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal: természetes szám, racionális szám, pontos szám és közelítő szám.
- Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzésének fejlesztése (pl. napirend, vásárlás).
- Az arányosság felismerése mennyiség és mérőszám kapcsolata alapján.
- Kreatív gondolkodás fejlesztése. Mennyiségi következtetés, becslési készség fejlesztése.

Fogalmak: kerekítés

Javasolt tevékenységek:

- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével
„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

Témakör: Arányosság

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények:

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Hosszúság, úrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján

Fogalmak: arány, egyenes arányosság, hosszúság, úrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

Javasolt tevékenységek:

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
- Hosszúság, úrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel
Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges
A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén

Témakör: Egyszerű szöveges feladatok

Javasolt óraszám: 7 óra

Tanulási eredmények:

- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással megold;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak: becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek:

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és

- a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

3. Függvények, az analízis elemei

Előzetes tudás: Szabályfelismerés, szabálykövetés. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai: Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.

Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben.
- A Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer. Matematikatörténet: Descartes.
- Táblázat hiányzó elemeinek pótlása ismert vagy felismert szabály alapján, ábrázolásuk grafikonon.
- Egyszerű grafikonok értelmezése.
- Változó mennyiségek közötti kapcsolatok, ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Tájékozódás térképen, nézőtérén, sakktáblán és a koordináta-rendszerben

Fogalmak: megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

Javasolt tevékenységek:

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társal
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

- Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése
„Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

Témakör: Sorozatok

Javasolt óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények:

- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
- Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

Fogalmak: sorozat, számsorozat, szabály

Javasolt tevékenységek:

- Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
- Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése
Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása
„Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

4. Geometria

Előzetes tudás: Vonalak (egyenes, görbe). Hosszúság és távolság mérése (egyszerű gyakorlati példák).

Háromszög, négyzet, téglalap, jellemzői. Kör létrehozása, felismerése, jellemzői.

Egyszerű tükrös alakzat, tengelyes szimmetria felismerése.

A test és a síkidom megkülönböztetése. Kocka, téglatest, jellemzői.

Négyzet, téglalap kerülete. Mérés, kerületszámítás, mértékegységek.

Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

Tételek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása.

A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése.

Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése.

A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés).

Számolási készség fejlesztése.

A szaknyelv helyes használatának fejlesztése.

A geometriai jelölések pontos használata.

Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.

Témakör: Mérés és mértékegységek

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények:

- Meghatározza a sokszögek területét.
- Meghatározza a téglalap, négyzet területét, területét.
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Kerület meghatározása méréssel, számolással.
- A matematika és gyakorlati élet közötti kapcsolat felismerése.
- Adott alakzatok területének, területének meghatározása méréssel, számolással.
- Számolási készség fejlesztése.
- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet területének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet területének, területének kiszámítása
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

Fogalmak: szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

Javasolt tevékenységek:

- Szívószál-modellel szögtartományok kijelölése
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés összterfoglata, a teremben lévő levegő becsült térfoglata...) „Üreges testek” úrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
- Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján
Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfoglata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfoglata...) Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

Fogalmak: síkidom, sokszög, téglalap, négyzet

Javasolt tevékenységek:

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
- Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
- Tangram játék

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények:

- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöveget másol.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
- Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

Fogalmak: merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

Javasolt tevékenységek:

- Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon
- Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása

Témakör: Térgometria

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények:

- a kocka, a téglatest hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása
- Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

Fogalmak: test, kocka, téglatest, lap, él, csúc, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

Javasolt tevékenységek:

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
Zsinóros térgeometriai modellek használata

5. Leíró statisztika

Előzetes tudás: Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések. Biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai: A statisztikai gondolkodás fejlesztése. Megfigyelőképesség, az összefüggés-felismerő képesség, elemzőképesség fejlesztése.

Témakör: Leíró statisztika

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények:

- értelmezi a táblázatok adatait
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

Fogalmak: adat, diagram, átlag

Javasolt tevékenységek:

- Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)

Témakör: Valószínűség-számítás

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése

Fogalmak: valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetetlen” esemény

Javasolt tevékenységek:

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
- Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

Szabad órakeret: 8 óra

Ismétlés, felzárkóztatás, tehetséggondozás, gyakorlás, számonkérés.

A fejlesztés várt eredményei 5. osztály végén:

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján, részhalmaz felírása, felismerése.
- Két véges halmaz közös részének, illetve uniójának felírása, ábrázolása.
- Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.
- Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.
- Állítások igazságának eldöntése, igaz és hamis állítások megfogalmazása.
- Összehasonlításhoz szükséges kifejezések helyes használata.
- Néhány elem összes sorrendjének felírása.

Számtan, algebra

- Racionális számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen.
- Ellentett, abszolút érték felírása.
- Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.
- A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, az egyenes arányosság felismerése, használata.
- Két-három műveletet tartalmazó műveletsor eredményének kiszámítása, a műveleti sorrendre vonatkozó szabályok ismerete, alkalmazása. Zárójelek alkalmazása.
- Szöveges feladatok megoldása következtetéssel (az adatok közötti összefüggések felírása szimbólumokkal).
- Becslés, ellenőrzés segítségével a kapott eredmények helyességének megítélése.
- A hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő, tömeg szabványmértékegységeinek ismerete. Mértékegységek egyszerűbb átváltásai gyakorlati feladatokban. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Tájékozódás a koordináta-rendszerben: pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.
- Egyszerűbb grafikonok, elemzése.
- Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályok felismerése, megfogalmazása néhány tagjával elkezdett sorozat esetén.

Geometria

- Tételek, félegyenes, szakasz, szögtartomány, sík, fogalmának ismerete.
- A geometriai ismeretek segítségével a feltételeknek megfelelő ábrák pontos szerkesztése. A körző, vonalzó célszerű használata.
- Alapszerkesztések: pont és egyenes távolsága, két párhuzamos egyenes távolsága, szakaszfelező merőleges, szögfelező, szögmásolás, merőleges és párhuzamos egyenesek.
- A tanult síkbeli és térbeli alakzatok tulajdonságainak ismerete
- Téglalap és a négyzet kerületének és területének kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Egyszerű diagramok értelmezése, táblázatok olvasása.
- Néhány szám számtani közepének kiszámítása.
- Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.

6. évfolyam

1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Előzetes tudás: Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai: Ismeretek tudatos memorizálása, felidézése. A megtanulást segítő eszközök és módszerek megismerése, értelmes, interaktív használatának fejlesztése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok megismerése. Valószínűségi és statisztikai szemlélet fejlesztése. Tervezés, ellenőrzés, önellenőrzés igényének kialakítása. Kommunikáció fejlesztése. A saját képességek és műveltség fejlesztésének igénye.

Témakör: Halmazok

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegegyenesen ábrázol.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint
- Halmazábra készítése
- Számhalmazok szemléltetése számegegyenesen
- Részhalmazok felismerése ábráról
- Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

Fogalmak: halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegegyenes

Javasolt tevékenységek:

- Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak
- Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak...) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése

- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése, például néhány természetes szám közül 3-mal osztva 1 maradékot adó számok kiválasztása
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra
- Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása
- Játék logikai készlettel

Témakör: Matematikai logika, kombinatorika

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása
- Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása
- Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata
- Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok
- Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal
- Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása
- Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

Fogalmak: „igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

Javasolt tevékenységek:

- „Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat
- „Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis
- Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére

- „Rontó” játék: egy kiinduló halmaz elemeire igaz állítás megfogalmazása, ennek elrontása egy új elemmel, majd új igaz állítás megfogalmazása és így tovább
- „Einstein-fejtörő” típusú játék: a szereplőkre vonatkozó állítások alapján személyek és tulajdonságok párosítása
- Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése
- Adott ágrajz alapján feladat készítése és „feladatküldés” csoportmunkában

2. Számtan, algebra

Előzetes tudás: Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Római számok írása, olvasása. Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság). Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése. Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. A hosszúság, az űrtartalom, a tömeg és az idő mérése. Átváltások szomszédos mértékegységek között. Mérőeszközök használata. Matematikai jelek: +, -, •, :, =, <, >, (). A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás százaz számkörben. A szorzó- és bennfoglaló tábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados fogalma. Műveletek tulajdonságai, tagok, illetve tényezők felcserélhetősége. Műveleti sorrend. Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás egy- és kétjegyű, osztás egyjegyű számmal írásban. Műveletek ellenőrzése. Szöveges feladat: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Páros és páratlan számok, többszörös, osztó, maradék fogalma. Szimbólumok használata matematikai szöveg leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése. Mértékegységek helyes használata és pontos átváltása. Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzelte és tényleges megoldás összevetése. Egyszerűsített rajz készítése lényeges elemek megőrzésével. Fegyelmezetttség, következetesség, szabálykövető magatartás fejlesztése. Pénzügyi ismeretek alapozása. Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.

Témakör: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása
- 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása
- A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

Fogalmak: helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

Javasolt tevékenységek:

- Vásárlás „fabatkával”, például tízes számrendszerbeli számokkal árazott termékek vásárlása a virtuális boltban 1, 3, 9, 27, ... címletű játékpénz felhasználásával úgy, hogy minél kevesebb érmét használjunk fel; leltárkészítés a felhasznált címletekről
- Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?
- Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték
- „Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak
- Oszthatósági tulajdonságok megfigyelése 3, 4, 5, ... oldalú hasábra felcsavart számegyenes segítségével
- „Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

Témakör: Alapműveletek természetes számokkal

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények:

- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása
- Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Írásbeli osztás algoritmus kétjegyű természetes számmal
- Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- Zárójeleket tartalmazó művelet sorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak: összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek:

- Fejben számolás gyakorlása „intelligens puff” játékkal
- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével
„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

Témakör: Egész számok; alpműveletek egész számokkal

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények:

- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;
- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén
- Készpénz, adósság fogalmának továbbfejlesztése.
- Mélységek és magasságok értelmezése matematikai szemlélettel.

Fogalmak: ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek:

- Kukás játék: mindenki rajzol 5 négyzetet és egy kukát; számokat húznak például (-10)-től (+10)-ig számkártyákból; a húzott számot mindenki beírja valamelyik négyzetbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok végül növekvő sorrendben legyenek; ha valaki nem tudja beírni a húzott számot, akkor az a szám megy a kukába; az győz, aki leghamarabb kitölti minden négyzetét
- Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal
- Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha ... ?”
- Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságot; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
- Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása

- Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék előjeles mennyiségekkel

Témakör: Közösleges törtek, tizedes törtek, racionális számok

Javasolt óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények:

- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Tötrészek ábrázolása, tötrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása
- Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés
- Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése
- Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén
- Számok ábrázolása számegyenesen

Fogalmak: közösleges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

Javasolt tevékenységek:

- Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése
Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel
Adott tötrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsisztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)
- Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése
A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása
Egyenlő és különböző törtek előállítás, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, tötrészek különböző alakjaival
- A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)
- Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

Témakör: Alapműveletek közösleges törtekkel

Javasolt óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények:

- elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján
- Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében
- Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Kapott eredmény ellenőrzése

Fogalmak: közös nevező, reciprok

Javasolt tevékenységek:

- Kör- és téglalapmodell, tényérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére
„21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása

Témakör: Alapműveletek tizedes törtekkel

Javasolt óraszám: 7 óra

- **Tanulási eredmények:** elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;
- írásban összead, kivon és szoroz;
- ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejből, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;
- a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;
- a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

- a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban
- Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése
- Az alpműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban
- A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén
- Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő művelet sor felírása
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése
- Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

Fogalmak: kerekítés

Javasolt tevékenységek:

- Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével
„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz
- A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével
- A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli művelet sorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása
- Adott szöveges feladathoz többféle művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása
Adott szöveges feladathoz megfelelő művelet sor megalkotása
Adott művelet sorhoz szöveges feladat írása
- „Nem hiszem” páros játék tizedes törtekkel

Témakör: Arányosság, százalékszámítás

Javasolt óraszám: 14 óra

Tanulási eredmények:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;
- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;

- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben
- Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában
- Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete
- Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján
- Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával
- Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

Fogalmak: arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

Javasolt tevékenységek:

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén
- Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel
Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges
A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén
- Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a $\frac{2}{3}$ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az $\frac{1}{3}$ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás
- Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

Témakör: Egyszerű szöveges feladatok

Javasolt óraszám: 13 óra

Tanulási eredmények:

- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvével megold;
- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;
- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással
- A megoldás ellenőrzése
- Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Fogalmak: becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek:

- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után feljajánlja a szerepcserét
- Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

3. Függvények, az analízis elemei

Előzetes tudás: Szabályfelismerés, szabálykövetés. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai: Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése. Probléma felismerése. Összefüggés-felismerő képesség fejlesztése. Szabálykövetés, szabályfelismerés képességének fejlesztése.

Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása
- A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése
- Tájékozódás térképen, nézőtérben, sakktáblán és a koordináta-rendszerben

- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése

Fogalmak: megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

Javasolt tevékenységek:

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése
- Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny
- „Telefonos” játék párban vagy csoportban: az egyik játékos elkészít egy rajzot a koordináta-rendszerben úgy, hogy más ne láthassa; ezután az ábra néhány pontjának koordinátáit közli a többiekkel, ami alapján nekik is ugyanazt kell létrehozniuk
- Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése
„Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

Témakör: Sorozatok

Javasolt óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények:

- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból
- Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban
- Sorozatok adott szabály szerinti folytatása
- Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

Fogalmak: sorozat, számsorozat, szabály

Javasolt tevékenységek:

- Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
- Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése
Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása
„Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
- A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

4. Geometria

Előzetes tudás: Vonalak (egyenes, görbe). Hosszúság és távolság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Háromszög, négyzet, téglalap, jellemzői. Kör létrehozása, felismerése, jellemzői. Egyszerű tükrös alakzat, tengelyes szimmetria felismerése. A test és a síkidom megkülönböztetése. Kocka, téglalap, jellemzői. Négyzet, téglalap kerülete. Mérés, kerületszámítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai: Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése. Rendszerező-képesség, halmazszemlélet fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: adatfelvétel, vázlatrajz, megszerkeszthetőség vizsgálata, szerkesztés). Számolási készség fejlesztése. A szaknyelv helyes használatának fejlesztése. A geometriai jelölések pontos használata. Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.

Témakör: Mérés és mértékegységek

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények:

- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- egyenes hasáb, téglalap, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát mérésrel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés
- Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása
- Sokszögek területének meghatározása átdarabolással
- Téglalap, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben
- Téglalap, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

Fogalmak: szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

Javasolt tevékenységek:

- Szívószál-moddell szögtartományok kijelölése
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata
- Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés összterfoglata, a teremben lévő levegő becsült térfoglata...) „Üreges testek” úrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása
- Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján
Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfoglata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfoglata...) Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése
- Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása
- Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása
- Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények:

- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;
- ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése
- Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása
- Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése
- Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség
- Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete

- Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint
- Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

Fogalmak: síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet

Javasolt tevékenységek:

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)
- Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése
Szívószáלבól, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)
- Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése
- Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása
- Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása
- Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása
- Tangram játék

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben
- Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása
- Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben
- Alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése
- Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

Fogalmak: szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

Javasolt tevékenységek:

- Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon
Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása
- Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágo részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása
- Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

Témakör: Térgeometria

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése
- Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló
- Testek közül gömb kiválasztása
- Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján
- Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

Fogalmak: test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

Javasolt tevékenységek:

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)
- Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése
- Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása
- Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése

- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben
Zsinóros térgeometriai modellek használata

Témakör: Leíró statisztika

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)
- A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán
- A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén
- Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén
- Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint
- Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

Fogalmak: adat, diagram, átlag

Javasolt tevékenységek:

- Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)
- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

Témakör: Valószínűség-számítás

Javasolt óraszám: 5 óra

Tanulási eredmények:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;

- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek
- Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése
- A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

Fogalmak: valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény

Javasolt tevékenységek:

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkal, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal
- Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád
- Típpelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odairja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinté hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével
- Bökös játék csoportban: minden körben a 100-as tábláról véletlenszerűen választunk egy számot (bökünk vagy papírgalacsint dobunk a táblára); a játék elején mindenkinek van 5 korongja; körönként a szám választása előtt minden játékos egy-egy koronggal tippel, például kékre fordítja, ha a szám 7-tel osztható, pirosra, ha nem; ha nem találta el, elvesztette a korongját, ha talált, akkor nem; az veszít, akinek hamarabb elfogynak a korongjai
- 10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít
- „Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

Szabad órakeret: 8 óra

Ismétlés, felzárkóztatás, tehetséggondozás, gyakorlás, számonkérés.

A fejlesztés várt eredményei a 6. osztály végén:

Gondolkodási és megismerési módszerek

- konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.
- állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja..

Számtan, algebra

- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;
- ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;
- ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;
- a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.
- gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.
- meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;
- ismeri az egész számokat.
- ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;
- érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;
- megfelelteti egymásnak a racionális számok közösleges tört és tizedes tört alakját.
- meghatározza konkrét számok reciprokát.
- gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.
- megoldását ellenőrzi.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátaival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.
- sorozatokat adott szabály alapján folytat;
- néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

Geometria

- síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.
- csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaiik szerint;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.
- tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;
- felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;
- a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;
- ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőleget, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöveget másol.

Valószínűség, statisztika

- Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.

Valószínűségi játékok, kísérletek során adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása.

7. évfolyam

Témakörök táblázata

Témakör neve	Óraszámok
	7. évfolyam (heti 3 órára)
Halmazok, számhalmazok	4
Matematikai logika	6
Számelméleti ismeretek, hatvány	12
Százalékszámítás	12
Szöveges feladatok előkészítése	8
Szöveges feladatok	12
A függvény fogalmának előkészítése	6
Síkbeli alakzatok	10
Transzformációk, szerkesztések	10
Térgeometria	10
Leíró statisztika	6
Valószínűség-számítás	6
<i>Szabad órakeret</i>	6
Összes óraszám	108

1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Előzetes tudás: Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része.

Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása.

Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.

Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.

Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.

A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.

A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.

Témakör: Halmazok, számhalmazok

Javasolt óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Halmazokba rendezés több szempont szerint.
- Halmazábra készítése.
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen.
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben.
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése.
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete.

Fogalmak: természetes szám, egész szám, racionális szám, véges tizedes tört, végtelen szakaszos tizedes tört

Javasolt tevékenységek:

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint.
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése.
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése. Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítás. Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaz $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaz $C = \{\text{deltoidok}\}$.
- Csoportmunkában különböző közösleges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése. Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése.

Témakör: Matematikai logika

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása.
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata.
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok.

Fogalmak: „minden”, „van olyan”

Javasolt tevékenységek:

- „Bírósági tárgyalás” játék.
- „Einstein-fejtörő” típusú játék.
- „Rontó” játék.
- NIM játék; táblás játékok.
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is).
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása.
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása.
- Fagylalt vásárlása helyre vagy tölcserbe.
- Számkártyás feladatok megoldása.

2. Számelmélet, algebra

Előzetes tudás

Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegegyenesen. Műveletek racionális számokkal.

Ellentett, abszolút érték, reciprok.

Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.

A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság.

Alapműveletek racionális számokkal írásban.

A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is.

Szöveges feladatok megoldása.

A százalékszámítás alapjai.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.

A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.

Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása.

Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.

Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül.
- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása.
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása.
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása.

Fogalmak: prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám

Javasolt tevékenységek:

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére.
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal.
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása.
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére.
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel.
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére.
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására.
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel.

Témakör: Százalékszámítás

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom.

- Banki ajánlatok (ügyművelet, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása.
- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása.
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása.

Fogalmak: százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

Javasolt tevékenységek:

- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése.
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése.
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel.
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges.
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után.
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal.

Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyenletet lebontogatással és mérlegelvéssel megold.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére.
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása.
- Helyettesítési érték számolása.
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása.
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása.
- Két tagból közös számtényező kiemelése.
- Egyenlet megoldása lebontogatással.
- Egyenlet megoldása mérlegelvéssel.

Fogalmak: változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés, kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelvéssel

Javasolt tevékenységek:

- Adott problémához többféle, ismeretlen tartalmú művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása.
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása.
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása.
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló művelet sorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejből alkalmazott lebontgatási stratégia felfedése és formális leírása.
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával.

Témakör: Szöveges feladatok

Javasolt óraszám: 12 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása).
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel.
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel.
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása.
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése.

Fogalmak: ellenőrzés

Javasolt tevékenységek:

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával.
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel. A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány. Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások.

3. Függvények, az analízis elemei

Előzetes tudás:

Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai: Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).

Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása.
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont.
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása.
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása.

Fogalmak: megfeleltetés, grafikon

Javasolt tevékenységek:

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése.
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal.
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése.
- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése.

4. Geometria

Előzetes tudás: Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus

alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükrképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. A téglalapot felszínének és térfogatának a kiszámítása.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzletben történő mozgató: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.

Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Háromszögek külső szögeinek összege.
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma.
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra.
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások.

- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete.

Fogalmak: négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körívek

Javasolt tevékenységek:

- Párhuzamos szélű papírsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása.
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése.
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása.
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel.
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása.
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása.
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása.
- Derékszög kijelölése csomós kötéllal.
- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren.
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén.

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása.
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben.
- Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése.
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése.
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió.
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben.

Fogalmak: szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

Javasolt tevékenységek:

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése.

- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása.
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó).
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése.
- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító.

Témakör: Térgeometria

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a henger hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a henger következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a henger tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb és a henger alakú testek felfedezése.
- Hasáb és henger tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló.
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján.
- Testek hálójának készítése.
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással.

Fogalmak: hasáb, henger, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság

Javasolt tevékenységek:

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása).
- Hasáb és henger alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése.
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben.
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata.
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása.

- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás).

Geometria

Előzetes tudás:

Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükrképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai:

Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgatás: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió). Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.

Témakör: Leíró statisztika

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése.

- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon.
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak.
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint.
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása.

Fogalmak: oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

Javasolt tevékenységek:

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában.
- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása).

Témakör: Valószínűség-számítás

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is.
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése.
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során.

Fogalmak: esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

Javasolt tevékenységek:

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérméssel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal.
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok.
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljük az események gyakoriságára.

- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja.
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket.
- 21-es különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal.
- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít. „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről.

A fejlesztés várt eredményei a 7. osztály végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.
- Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
- Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.
- Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.
- Fagráfok használata feladatmegoldások során.

Számтан, algebra

- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése.
- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.
- A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.
- Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás.
- Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
- Négyzetre emelés, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak

alkalmazása természettudományos feladatokban is.

- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző típusú grafikonon.

Geometria

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével jó ábrák készítése, pontos szerkesztések végzése.
- A tanult geometriai alakzatok tulajdonságainak ismerete (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetes négyszögek szimmetriatulajdonságai), ezek alkalmazása a feladatok megoldásában.
- Tengelyes és középpontos tükrökép, szerkesztése.
- Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.
- A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében a mindennapjainkban előforduló testek térfogatának, űrtartalmának kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.
- Konkrét feladatokban az esély, illetve valószínűség fogalmának értéke, a biztos és a lehetetlen esemény felismerése.
- Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.

Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezés

8. évfolyam

Témakörök táblázata

Témakör neve	Óraszámok
	8. évfolyam (heti 3 órára)
Halmazok, számhalmazok	8
Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	7
Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	9
Arányosság, százalékszámítás	11
Szöveges feladatok előkészítése	8
Szöveges feladatok	11
A függvény fogalmának előkészítése	6
Síkbeli alakzatok	10
Transzformációk, szerkesztések	10
Térgeometria	10
Leíró statisztika	6
Valószínűség-számítás	6
<i>Szabad órakeret</i>	6
Összes óraszám	108

1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Előzetes tudás

Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része.

Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása.

Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.

Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.

Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.

A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.

A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.

Témakör: Halmazok, számhalmazok

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- elemeket halmazba rendez több szempont alapján;
- részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;
- számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;
- véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;
- ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Halmazokba rendezés több szempont szerint.
- Halmazábra készítése.
- Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen.
- Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben.
- Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben.
- Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése.
- Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete.
- Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

Fogalmak: kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

Javasolt tevékenységek:

- Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint.
- Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése.
- Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, ... elemű részhalmazok képzése. Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása. Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például $A = \{\text{paralelogrammák}\}$ halmaz részhalmaza $B = \{\text{rombuszok}\}$, nem részhalmaza $C = \{\text{deltoidok}\}$.
- Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók. Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán.
- A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása.

- Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből.
- Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése. Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése.

Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Javasolt óraszám: 7 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;
- tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;
- a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;
- összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;
- konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása.
- A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata.
- Egyszerű stratégiai és logikai játékok.
- Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is.
- Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül.
- Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.
- Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére.

Fogalmak: „minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

Javasolt tevékenységek:

- „Bírósági tárgyalás” játék.
- „Einstein-fejtörő” típusú játék.
- „Rontó” játék.
- NIM játék; táblás játékok.
- Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett.
- Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is).
- Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása.
- Lehetséges útvonalak összeszámlálása.
- Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe.
- Számkártyás feladatok megoldása.

- Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére.
- Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal.

2.Számelmélet, algebra

Előzetes tudás:

Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegegyenesen. Műveletek racionális számokkal. Ellentett, abszolút érték, reciprok. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság. Alapműveletek racionális számokkal írásban. A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.

A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.

Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kiscsoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása.

Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.

Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök

Javasolt óraszám: 9 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényező felbontását 1000-es számkörben;
- meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
- pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;
- négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül.

- Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben.
- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása.
- Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása.
- Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása.

Fogalmak: prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

Javasolt tevékenységek:

- Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére.
- Prímtényező felbontás kirakása színes rudakkal.
- Prímtényező felbontás algoritmusának megmutatása.
- „Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére.
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezővel.
- Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére.
- Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására.
- Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel.
- Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám.

Témakör: Arányosság, százalékszámítás

Javasolt óraszám: 11 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;
- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;
- idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben.
- Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása.
- Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom.
- Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása.

- Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása.
- A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése.
- Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása.

Fogalmak: fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

Javasolt tevékenységek:

- Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén.
- A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával.
- Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén.
- Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása.
- Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése.
- Projektmunka, például összejövétel, jótékonyági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése.
- Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel.
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges.
- A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után.
- Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal.

Témakör: Szöveges feladatok előkészítése

Javasolt óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;
- egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;
- egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére.
- Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása.
- Helyettesítési érték számolása.
- Egytagú kifejezések számmal való szorzása.
- Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása.
- Két tagból közös számtényező kiemelése.

- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása lebontogatással.
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel.

Fogalmak: változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, lebontogatás, mérlegelv

Javasolt tevékenységek:

- Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó művelet sor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása.
- Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó művelet sor megalkotása.
- Adott, ismeretlent tartalmazó művelet sorhoz szöveges feladat írása.
- „Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása.
- „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló művelet sorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejből alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása.
- Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával.

Témakör: Szöveges feladatok

Javasolt óraszám: 11 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;
- gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása).
- Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel.
- Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel.
- Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása.
- Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése.

Fogalmak: ellenőrzés

Javasolt tevékenységek:

- Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával.
- Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér,

adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel. A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány. Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások.

3.Függvények, az analízis elemei

Előzetes tudás

Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint.

Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben.

Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése.

Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).

Témakör: A függvény fogalmának előkészítése

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;
- felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;
- értéktáblázatok adatait grafikusán ábrázolja;
- egyszerű grafikonokat jellemez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása.
- Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont.
- Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása.
- Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása.
- Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben.
- Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása.

Fogalmak: megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

Javasolt tevékenységek:

- A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése.
- Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal.
- A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése.

- Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése.
- Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása.
- Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása.

4. Geometria

Előzetes tudás

Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.

Háromszögek, csoportosításuk. Négyszögek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek.

Téglatest tulajdonságai.

Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése.

Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata.

Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása.

A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása.

A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

Rendszerező készség fejlesztése.

A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése.

Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése.

Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése.

Képzeletben történő mozgató: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése.

A pontos munkavégzés igényének fejlesztése.

A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió).

Az együttműködéshez szükséges képességek fejlesztése páros és kis csoportos tevékenykedtetés, feladatmegoldás során – a munka tervezése, szervezése, megosztása; kezdeményező-készség, együttműködési készség, tolerancia.

Témakör: Síkbeli alakzatok

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;
- ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;
- ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;
- a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;
- meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;
- ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;
- ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Háromszögek külső szögeinek összege.
- Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma.
- A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra.
- Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások.
- Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása.
- Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete.

Fogalmak: négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

Javasolt tevékenységek:

- Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapról négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása.
- Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése.
- Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása.
- „Rontó” játék speciális négyszögekkel.
- Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása.
- Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása.
- Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása.
- Derékszög kijelölése csomós kötéllel.
- Pitagoraszi számhármások keresése.

- Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren.
- „Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén.

Témakör: Transzformációk, szerkesztések

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;
- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;
- felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;
- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása.
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben.
- Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése.
- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése.
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió.
- Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben.
- Dinamikus geometriai szoftver használata.

Fogalmak: szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

Javasolt tevékenységek:

- Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180° -kal; tulajdonságok megfigyelése.
- Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása.
- Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó).
- Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése.
- Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító.
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel.

Témakör: Térgeometria

Javasolt óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;
- testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;
- ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;
- egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;
- ismeri a gömb tulajdonságait;
- a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése.
- Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló.
- Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján.
- Testek hálójának készítése.
- A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai.
- A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek.
- Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással.

Fogalmak: hasáb, gúla, gömb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság

Javasolt tevékenységek:

- Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása).
- Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése.
- Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben.
- Zsinóros térgeometriai modellek készítése és használata.
- A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján.
- Földgömb bemutatása matematikai szempontból. Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson.
- Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása.
- Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás).

5. Statisztika, valószínűség

Előzetes tudás

Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.

Néhány szám számtani közepének kiszámítása.

Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai

A statisztikai gondolkodás fejlesztése.

A valószínűségi gondolkodás fejlesztése.

Gazdasági nevelés.

Témakör: Leíró statisztika

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;
- adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;
- különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;
- megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;
- konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése.
- Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon.
- Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak.
- Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint.
- Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása.
- Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása.
- Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása.
- Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása.

Fogalmak: oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

Javasolt tevékenységek:

- Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában.

- Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása).
- Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában.

Témakör: Valószínűség-számítás

Javasolt óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények:

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;
- valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;
- ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek:

- Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása digitálisan is.
- Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése.
- Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.
- A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során.

Fogalmak: esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

Javasolt tevékenységek:

- Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, Galton-deszkával, zsákba helyezett színes golyókkal.
- Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok.
- Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára.
- Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja.
- Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket.
- 21-es és különbözőképpen számozott dobókockákkal, dominókkal.

- „Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít.
- „Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről.

A fejlesztés várt eredményei a 8. osztály végén:

Gondolkodási és megismerési módszerek

- Elemek halmazba rendezése több szempont alapján.
- Egyszerű állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése, állítások tagadása.
- Állítások, feltételezések, választások világos, érthető közlésének képessége, szövegek értelmezése egyszerűbb esetekben.
- Kombinatorikai feladatok megoldása az összes eset szisztematikus összeszámlálásával.
- Fagráfok használata feladatmegoldások során.

Számтан, algebra

- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása. Az eredmény becslése, ellenőrzése., helyes és értelmes kerekítése.
- Mérés, mértékegység használata, átváltás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.
- A százalékszámítás alapfogalmainak ismerete, a tanult összefüggések alkalmazása feladatmegoldás során.
- A legnagyobb közös osztó kiválasztása az összes osztóból, a legkisebb pozitív közös többszörös kiválasztása a többszörösök közül.
- Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás.
- Egyszerű algebrai egész kifejezések helyettesítési értéke. Összevonás. Többtagú kifejezés szorzása egytagúval.
- Négyzetre emelés, négyzetgyökvonás, hatványozás pozitív egész kitevők esetén.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek és egyenlőtlenségek. A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel, egyenlettel. Ellenőrzés. A megoldás ábrázolása számegyenesen.
- A betűkifejezések és az azokkal végzett műveletek alkalmazása matematikai, természettudományos és hétköznapi feladatok megoldásában.
- Számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- Megadott sorozatok folytatása adott szabály szerint.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is.
- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása. Táblázatok adatainak kiolvasása, értelmezése, ábrázolása különböző

típusú grafikonon.

Geometria

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével jó ábrák készítése, pontos szerkesztések végzése.
- A tanult geometriai alakzatok tulajdonságainak ismerete (háromszögek, négyszögek belső és külső szögeinek összege, nevezetesen négyszögek szimmetriatulajdonságai), ezek alkalmazása a feladatok megoldásában.
- Tengelyes és középpontos tükörkép, eltolt alakzat képének szerkesztése. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben (szerkesztés nélkül).
- A Pitagorasz-tételt kimondása és alkalmazása számítási feladatokban.
- Háromszögek, speciális négyszögek és a kör kerületének, területének számítása feladatokban.
- A tanult testek (háromszög és négyszög alapú egyenes hasáb, forgáshenger) térfogatképleteinek ismeretében a mindennapjainkban előforduló testek térfogatának, űrtartalmának kiszámítása.

Valószínűség, statisztika

- Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, relatív gyakoriságok kiszámítása.
- Konkrét feladatokban az esély, illetve valószínűség fogalmának értése, a biztos és a lehetetlen esemény felismerése.
- Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban.

Néhány kiemelkedő magyar matematikus nevének ismerete, esetenként kutatási területének, eredményének megnevezés